

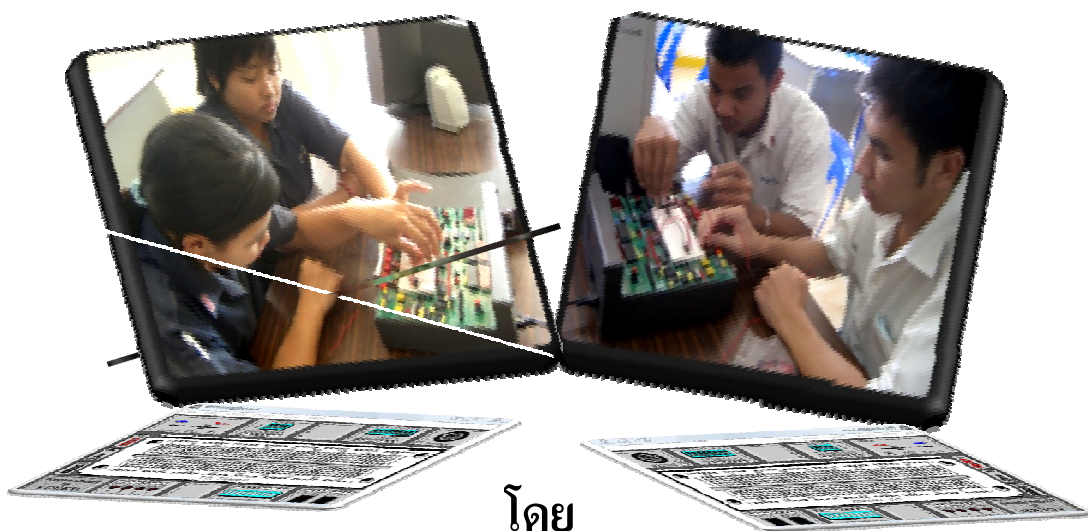


เอกสารประกอบการเรียนการสอน

วิชาดิจิทัลเบื้องต้น รหัส 2104-2107

หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ (ปวช.) พุทธศักราช 2556

ประเภทวิชาอุตสาหกรรม



โดย

นายสำราญ เนียมมะณี

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการ

วิทยาลัยเทคนิคสมุทรสงคราม

สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

หน่วยที่ 1

ระบบเลขฐาน

สาระการเรียนรู้

- 1.1 ตัวเลขกับการใช้งาน
- 1.2 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขฐานสิบและเลขฐานสอง
- 1.3 ระบบตัวเลขฐานสิบ
- 1.4 ระบบตัวเลขฐานสอง
- 1.5 ระบบตัวเลขฐานแปด
- 1.6 ระบบตัวเลขฐานสิบหก
- 1.7 การเปลี่ยนเลขฐานสิบเป็นเลขฐานอื่น
- 1.8 การเปลี่ยนเลขฐานสองเป็นเลขฐานแปดและเลขฐานสิบหก
- 1.9 การคำนวณเลขฐานสอง
- 1.10 การคอมพลิเมนต์เลขฐานสอง

สาระสำคัญ

คนทั่วไปมีความเข้าใจในการคำนวณเลข 0-9 เป็นอย่างดี และในตัวเลข 0-9 จะเรียกว่าระบบเลขฐาน 10 ซึ่งเราใช้อยู่ทุกวัน แต่ในระบบดิจิทัลอิเล็กทรอนิกส์มีการใช้ระบบตัวเลขที่แตกต่างออกไปจากเลขระบบอื่น เช่น เลขฐาน 2 เลขฐาน 8 และเลขฐาน 16 ช่างเทคนิคและวิศวกรที่ทำงานในด้านดิจิทัลอิเล็กทรอนิกส์จะต้องเรียนรู้การเปลี่ยนตัวเลขจากเลขฐาน 10 ไปเป็นเลขฐาน 2 เลขฐานแปด และเลขฐาน 16 เมื่อเรียนจบตอนนี้จะต้องมีความสามารถในการเปลี่ยนเลขฐาน 10 ทั่วๆ ไปเป็นเลขฐาน 2 เป็นเลขฐาน 10 ได้ และสามารถเลือกใช้การเปลี่ยนระหว่างเลขฐาน 2 เลขฐาน 16 และเลขฐาน 10 ระบบเลขฐาน 16 ในระบบคอมพิวเตอร์อื่นๆ สามารถใช้ระบบเลขฐานแปดได้ และควรจะเรียนรู้การเปลี่ยนเลขฐาน 8 เลขฐาน 10 อีกด้วย

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. บอกความสำคัญของตัวเลขกับการใช้งานได้
2. อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างเลขฐานสิบ และเลขฐานสองได้
3. เขียนระบบตัวเลขฐานสิบในรูปเลขยกกำลังได้
4. แสดงวิธีแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานสิบได้
5. แสดงวิธีแปลงเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสิบได้
6. แสดงวิธีแปลงเลขฐานสิบหกเป็นเลขฐานสิบได้
7. แสดงวิธีเปลี่ยนเลขฐานสิบไปเป็นเลขฐานสอง เลขฐานแปด และเลขฐานสิบหกได้
8. แสดงวิธีเปลี่ยนเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสิบหกและเลขฐานสิบหกเป็นเลขฐานแปดได้
9. แสดงวิธีการคำนวณเลขฐานสองได้
10. แสดงวิธีการคอมพลิเมนต์เลขฐานสองได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน
2. ผู้สอนนำเข้าสู่บทเรียน โดยใช้คำถามทำการอภิปรายกับผู้เรียน
 คำถาม มีวิชาอะไรบ้างที่เราเริ่มต้นเรียนตั้งแต่ชั้นอนุบาลเป็นต้นมา
 คำตอบ วิชาคณิตศาสตร์ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับตัวเลขต่างๆ
3. ผู้สอนให้เนื้อหาโดยใช้สื่อการสอนประกอบการบรรยายและอภิปรายเนื้อหาพร้อมกับผู้เรียน เพื่อให้ได้สาระการเรียนรู้ในเรื่อง
 - 3.1 ตัวเลขกับการใช้งาน
 - 3.2 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขฐานสิบและเลขฐานสอง
 - 3.3 ระบบตัวเลขฐานสิบ
 - 3.4 ระบบตัวเลขฐานสอง
 - 3.5 ระบบตัวเลขฐานแปด
 - 3.6 ระบบตัวเลขฐานสิบหก
 - 3.7 การเปลี่ยนเลขฐานสิบเป็นเลขฐานอื่น
 - 3.8 การเปลี่ยนเลขฐานสองเป็นเลขฐานแปดและเลขฐานสิบหก
 - 3.9 การคำนวณเลขฐานสอง
 - 3.10 การคอมพลิเมนต์เลขฐานสอง
4. ผู้สอนกับผู้เรียนร่วมกันอภิปรายสรุปซักถามข้อสงสัย
5. ผู้เรียนทำแบบฝึกหัด เรื่องระบบเลขฐาน จากนั้นผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันเฉลยตรวจคำตอบเพื่อประเมินผลการเรียนรู้
6. ทำแบบทดสอบหลังเรียน

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. ใบความรู้หน่วยที่ 1 ระบบเลขฐาน
2. สื่อประกอบการสอน Power Point

การวัดผลและประเมินผล

1. แบบฝึกหัด
2. แบบทดสอบก่อน/หลังเรียน
3. แบบประเมินผลคะแนนจิตพิสัย

ใบความรู้

หน่วยที่ 1 ระบบเลขฐาน

1.1 ตัวเลขกับการใช้งาน

ในชีวิตประจำวันของมนุษย์โลกในทุกวันนี้ พบว่ามีความสัมพันธ์และเกี่ยวข้องกับตัวเลขต่าง ๆ มากมาย ตั้งแต่ตื่นนอนตอนเช้าเราจะพบกับเลขของนาฬิกาบอกเวลา เมื่อถึงที่ทำงานก็จะพบกับตัวเลขต่างๆ อีกมากมายที่ต้องเกี่ยวข้องกับการทำงาน ตัวเลขเหล่านี้มีความสำคัญต่อการทำงานและการใช้งานตลอดเวลารวมไปถึงการควบคุมการทำงานของอุปกรณ์ไฟฟ้า เครื่องใช้ไฟฟ้า และเครื่องใช้อิเล็กทรอนิกส์สมัยใหม่ เกี่ยวข้องกับตัวเลขเกือบทั้งหมด ไม่ว่าจะเป็นการแสดงผลการทำงาน การควบคุมการทำงาน ตลอดจนการเริ่มต้นและการหยุดทำงาน

เมื่อพูดถึงระบบสื่อสาร โทรคมนาคมสมัยใหม่ เป็นระบบสื่อสาร โทรคมนาคมที่มีตัวเลขใช้ในการติดต่อสื่อสาร โดยการแปลงข่าวสารข้อมูลให้เป็นรหัสตัวเลข เรียกว่า รหัสฐานสองมีสถานะการทำงานเพียงสองสถานะคือ “0” และ “1” สามารถสร้างเป็นรหัสข่าวสารข้อมูลต่างๆ ได้ติดต่อข่าวสารถึงกันได้รอบโลก เช่น ระบบสื่อสารอินเทอร์เน็ต เป็นต้น

ในปัจจุบันเราจะพบว่าเทคโนโลยีต่างๆ ที่ถูกผลิตมาใช้งาน เป็นเทคโนโลยีทางด้านดิจิทัลและคอมพิวเตอร์ ทั้งดิจิทัลและคอมพิวเตอร์ได้ถูกนำไปใช้งานกับอุปกรณ์ เครื่องใช้และเครื่องมือต่างๆ ที่สร้างมาใช้งาน เช่น เครื่องปรับอากาศ ได้นำอุปกรณ์จำพวกไมโครคอมพิวเตอร์เข้าไปควบคุมการทำงานในการจ่ายพลังงาน ควบคุมอุณหภูมิ ตลอดจนตั้งเวลาทำงานและหยุดทำงาน นอกจากนั้นยังนำไปใช้งานควบคุมความร้อน แสง เสียง การตรวจสอบ หรือการตรวจจับสถานะผิดปกติต่างๆ เช่น ควัน ไฟ กลิ่น เป็นต้น

ในระบบดิจิทัลและคอมพิวเตอร์ มีการทำงานด้วยตัวเลขเพียง 2 ตัว คือ “0” และ “1” เช่นเดียวกัน เป็นตัวเลขที่ถูกนำไปพัฒนาใช้งานอย่างกว้างขวาง และแพร่หลายในระบบงานต่างๆ ตลอดจนเครื่องมือและอุปกรณ์สมัยใหม่เกือบทั้งหมด เพราะด้วยคุณสมบัติของตัวเลข “0” และ “1” เป็นการแสดงสถานะการทำงานของระบบได้ เช่นสถานะสวิตช์ต่อและปรับ สามารถแสดงด้วยตัวเลขรหัสฐานสองได้ดังนี้ สวิตช์ตัดเป็นตัวเลข “0” และสวิตช์ต่อเป็นเลข “1” เป็นต้น ลักษณะเครื่องคอมพิวเตอร์สมัยใหม่ แสดงดังรูปที่ 1.1



รูปที่ 1.1 เครื่องคอมพิวเตอร์สมัยใหม่

ตัวเลขที่ถูกนำมาใช้งานแบ่งออกได้เป็น 2 ลักษณะใหญ่ คือ ตัวเลขที่ใช้งานในชีวิตประจำวัน หรือใช้งานทั่วไปเรียกว่า เลขฐานสิบ (Decimal Numbers) เป็นระบบเลขที่ทุกคนรู้และเข้าใจ นำไปใช้งานอย่างกว้างขวาง ทุกคนใช้ได้ถูกต้อง ตัวเลขอีกลักษณะหนึ่งคือ ตัวเลขใช้งานเฉพาะในงาน หรือในระบบงานบางชนิด ถูกเรียกว่า เลขฐานสอง (Binary Numbers) เลขฐานแปด (Octal Numbers) และ เลขฐานสิบหก (Hexadecimal Numbers) เป็นต้นตัวเลขในลักษณะนี้เป็นตัวเลขที่ไม่ได้นำมาใช้งานในชีวิตประจำวันทั่วไป ทำให้คนรู้จักตัวเลขในลักษณะนี้น้อย รู้จักและใช้งานในด้านดิจิทัลและคอมพิวเตอร์เท่านั้น แต่มีบทบาทและมีความสำคัญอย่างมากกับระบบการทำงานของอุปกรณ์ เครื่องมือ เครื่องใช้ และสิ่งต่างๆ ที่เป็นเทคโนโลยีสมัยใหม่

1.2 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขฐานสิบและเลขฐานสอง

ระบบจำนวนเลขที่กำหนดขึ้นมาใช้งาน คือรหัสที่ถูกแทนด้วยสัญลักษณ์ เพื่อใช้ในการอ้างอิง จำนวนของข้อมูล ระบบจำนวนเลขที่ทุกคนเกี่ยวข้องและใช้งานเป็นประจำ ได้แก่ จำนวนเลขฐานสิบ ใช้สัญลักษณ์เป็นตัวเลขแตกต่างกัน 10 ตัว คือ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9 ตัวเลขที่ไม่เหมือนกัน 10 ตัวนี้เองจึงถูกเรียกว่าเลขฐานสิบ มีส่วนแตกต่างกันเป็นฐานใช้งาน 10 ตัว

จำนวนเลขฐานสองใช้สัญลักษณ์เป็นตัวเลขแตกต่างกัน 2 ตัวคือ 0 และ 1 ตัวเลขที่ไม่เหมือนกัน 2 ตัวนี้เองจึงถูกเรียกว่า เลขฐานสอง มีส่วนที่แตกต่างกันเป็นฐานใช้งาน 2 ตัว เลขฐานสองเป็นเลขที่มีความสำคัญต่อการนำไปใช้งานและการทำงานของอุปกรณ์ เครื่องใช้และเครื่องมือทางด้านไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์ เพราะสถานะทำงานของเลขฐานสองเพียง 2 สถานะ นำไปใช้ในระบบการทำงานได้สะดวกกว่าเลขฐานสิบ

เลขฐานสิบถึงแม้ว่าไม่ได้ถูกนำมาใช้ในระบบการทำงาน หรือระบบควบคุมการทำงานของ อุปกรณ์ เครื่องใช้ และเครื่องมือก็ตาม แต่เลขฐานสิบก็จำเป็นต้องใช้งานในการคำนวณค่าต่างๆ เช่น บวก, ลบ, คูณ และหาร เป็นต้น ดังนั้นการจะนำเลขฐานสิบไปใช้งานกับอุปกรณ์เครื่องใช้และเครื่องมือต่างๆ จึงจำเป็นต้องทำการแปลงเลขฐานสิบเป็นเลขฐานสอง และอาจต้องแปลงกลับจากเลขฐานสองเป็นเลขฐานสิบอีกครั้งก็ได้ การแปลงกลับไปกลับมาเช่นนี้สามารถทำได้ ความสัมพันธ์ระหว่างเลขฐานสิบและเลขฐานสอง แสดงดังตารางที่ 1.1

ตารางที่ 1.1 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขฐานสิบและเลขฐานสอง

จุด	เลขฐานสิบ	เลขฐานสอง
ไม่มี	0	0000
0	1	0001
00	2	0010
000	3	0011
0000	4	0100
00000	5	0101
000000	6	0110
0000000	7	0111
00000000	8	1000
000000000	9	1001

จากตารางที่ 1.1 แสดงการเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างเลขฐานสิบและเลขฐานสองค่าที่แสดงอยู่ในบรรทัดเดียวกันจะมีค่าเท่ากัน แต่ค่าที่แสดงออกมาไม่เหมือนกัน เช่น ที่ช่องจุด 2 จุด (00) แทนด้วยเลขฐานสิบได้เลข 5 และแทนด้วยเลขฐานสองได้เลข 0010 หรือช่องจุด 5 จุด (00000) แทนด้วยเลขฐานสิบได้เลข 2 และแทนด้วยเลขฐานสองได้เลข 0101 เป็นต้น จากตารางที่ 1.1 นี้แสดงให้เห็นว่าตัวเลขที่แสดงออกมาในฐานที่แตกต่างกัน ที่ค่าตัวเลขเดียวกันจะแตกต่างกัน แต่มีผลลัพธ์เท่ากัน สามารถใช้แทนกันได้ ด้วยเหตุที่เลขฐานสิบนำไปใช้งานหรือนำไปตั้งงานโดยตรงกับอุปกรณ์เครื่องใช้ เครื่องมือทำได้ลำบาก จึงใช้เลขฐานสองแทน ทำงานได้สะดวกกว่าคายน่าเช่น ในเครื่องคิดเลข การบวก,ลบ,คูณ และหาร ต้องป้อนข้อมูลเข้าไปเป็นเลขฐานสิบ เมื่อผ่านเข้าไปในเครื่องคิดเลข เลขฐานสิบจะถูกเปลี่ยนเป็นเลขฐานสองก่อน ส่งเข้าวงจรคำนวณ ในเครื่องคิดเลข เมื่อได้ผลลัพธ์

ออกมา เลขฐานสองต้องถูกแปลงกลับไปเป็นเลขฐานสิบอีกครั้ง แสดงค่าให้สามารถอ่านได้ เครื่องคำนวณทำงานด้วยเลขฐานสอง แสดงดังรูปที่ 1.2



รูปที่ 1.2 เครื่องคำนวณ

1.3 ระบบตัวเลขฐานสิบ

ระบบเลขฐานสิบค่าจำนวนเลขที่แสดงออกมา แสดงตามตำแหน่งของตัวเลขค่านั้นๆ แต่ละตำแหน่งคือค่าน้ำหนักซึ่งมีลำดับความสำคัญแตกต่างกันไป การเรียงลำดับตัวเลขจะเรียงลำดับความสำคัญจากน้อยไปหามาก เริ่มจากค่าความสำคัญน้อยสุด (LSD=Least Significant Digit) อยู่ทางด้านขวามือ และเรียงลำดับความสำคัญเพิ่มขึ้นเป็นลำดับไปเรื่อยๆ จนถึงค่าความสำคัญมากที่สุด (MSD = Most Significant Digit) ทางด้านซ้ายมือ เรียกแต่ละลำดับความสำคัญของตำแหน่งตัวเลขว่าหลัก แต่ละหลักที่เพิ่มขึ้นมีค่าเพิ่มขึ้นเป็นทวีคูณ

การเขียนค่าตัวเลขในแต่ละหลัก เขียนได้เป็น 2 ลักษณะ คือเขียนออกมาในลักษณะค่าปกติ และเขียนค่าออกมาในรูปเลขยกกำลังของสิบอยู่ในรูป 10^{n-1} ของเลขหน้าทศนิยม และอยู่ในรูป 10^{-n} ของเลขหลังทศนิยม โดยค่ากำลัง n แทนลำดับหลักของเลขค่านั้นๆ แต่ละตำแหน่งค่าน้ำหนักของเลขฐานสิบในรูปเลขยกกำลัง แสดงดังตารางที่ 1.2

ตารางที่ 1.2 ค่าน้ำหนักของเลขฐานสิบในรูปเลขยกกำลัง

หลักหมื่น	หลักพัน	หลักร้อย	หลักสิบ	หลักหน่วย	ทศนิยมที่ 1	ทศนิยมที่ 2	ทศนิยมที่ 3
10,000	1,000	100	10	1	0.1	0.01	0.001
10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}

ตัวอย่างที่ 1.1 จำนวนเลขฐานสิบมีค่า $2,594_{10}$ และ $95,128_{10}$ จงเขียนค่านำหน้าหั่นออกมาในรูปค่าปกติ และรูปค่ายกกำลัง

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 2,594_{10} &= 2,000 + 500 + 90 + 4 \\ \text{หรือ} &= (2 \times 10^3) + (5 \times 10^2) + (9 \times 10^1) + (4 \times 10^0) \\ 95,128_{10} &= 90,000 + 5,000 + 100 + 20 + 8 \\ \text{หรือ} &= (9 \times 10^4) + (5 \times 10^3) + (1 \times 10^2) + (2 \times 10^1) + (8 \times 10^0) \quad \text{ตอบ} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1.2 จำนวนเลขฐานสิบมีค่า 0.153_{10} และ 0.7364_{10} จงเขียนค่านำหน้าหั่นออกมาในรูปค่าปกติ และรูปค่ายกกำลัง

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 0.153_{10} &= 0.1 + 0.05 + 0.003 \\ \text{หรือ} &= (1 \times 10^{-1}) + (5 \times 10^{-2}) + (3 \times 10^{-3}) \\ &= \frac{1}{10} + \frac{5}{100} + \frac{3}{1,000} \\ 0.7364_{10} &= 0.7 + 0.03 + 0.006 + 0.0004 \\ \text{หรือ} &= (7 \times 10^{-1}) + (3 \times 10^{-2}) + (6 \times 10^{-3}) + (4 \times 10^{-4}) \\ &= \frac{7}{10} + \frac{3}{100} + \frac{6}{1,000} + \frac{4}{10,000} \quad \text{ตอบ} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1.3 จำนวนเลขฐานสิบมีค่า $7,419.623_{10}$ จงเขียนค่านำหน้าหั่นออกมาในรูปค่าปกติและรูปค่ายกกำลัง

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 7,419.623_{10} &= 7,000 + 400 + 10 + 9 + 0.6 + 0.02 + 0.003 \\ \text{หรือ} &= (7 \times 10^3) + (4 \times 10^2) + (1 \times 10^1) + (9 \times 10^0) + (6 \times 10^{-1}) + (2 \times 10^{-2}) + (3 \times 10^{-3}) \quad \text{ตอบ} \end{aligned}$$

1.4 ระบบตัวเลขฐานสอง

ระบบเลขฐานสอง เป็นระบบตัวเลขที่มีเพียง 2 ค่า คือ เลข “0” และ เลข “1” เหมาะสมกับการใช้งานจำพวกดิจิทัลและคอมพิวเตอร์ ตัวเลขแต่ละหลักถูกเรียกว่า บิต (Bit) มาจากคำเต็ม Binary Digit เช่น มีเลขฐานสอง 2 หลัก เรียกว่า 2 บิต หรือมีเลขฐานสอง 4 หลัก เรียกว่า 4 บิต เป็นต้น

การแสดงตำแหน่งของระบบเลขฐานสอง ใช้หลักแสดงตำแหน่งของตัวเลข เรียงลำดับความสำคัญจากความสำคัญน้อยสุด เรียกว่า บิตสำคัญน้อยสุด (LSB = Least Significant Bit) อยู่ด้านขวามือ เรียงลำดับความสำคัญเพิ่มขึ้นเป็นลำดับไปถึงความสำคัญมากที่สุด เรียกว่า บิตสำคัญมากที่สุด (MSB = Most Significant Bit) อยู่ด้านซ้ายมือ

ระบบเลขฐานสองมีความสัมพันธ์กับเลขฐานสิบ สามารถเปลี่ยนเลขฐานสองเป็นเลขฐานสิบได้ โดยใช้เลขยกกำลังของสองอยู่ในรูป 2^{n-1} ของบิตหน้าทศนิยม และอยู่ในรูป 2^{-n} ของบิตหลังทศนิยม ค่ากำลัง n แทนลำดับบิตของเลขค่านั้นๆ แต่ละตำแหน่ง ค่าน้ำหนักของเลขฐานสองในรูปเลขยกกำลังแสดงดังตารางที่ 1.3

ตารางที่ 1.3 ค่าน้ำหนักของเลขฐานสองในค่าเลขยกกำลังของ 2

บิตที่	6	5	4	3	2	1	-1	-2	-3	-4
เลข 2 ยกกำลัง	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}
ค่าน้ำหนักที่ได้	32	16	8	4	2	1	0.5	0.25	0.125	0.0625

ตารางที่ 1.3 แสดงค่าน้ำหนักของเลขฐานสอง แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนบิตด้านบวก เป็นบิตของเลขฐานสองหน้าทศนิยม และส่วนบิตด้านลบ เป็นบิตของเลขฐานสองหลังทศนิยมเลข 2 ยกกำลังเมื่อแทนด้วยลำดับบิตแล้วได้ค่าน้ำหนักออกมาในรูปเลขฐานสิบแต่ละค่าเป็นลำดับ

ด้านกำลังบวก กำลังเพิ่มขึ้นแต่ละค่าของเลขฐานสิบที่หาได้ โดยใช้เลขฐานสิบเดิมคูณด้วย 2 จะได้เลขฐานสิบใหม่ของเลขยกกำลังสองที่กำลังเพิ่มขึ้น เช่น $2^1 = 2$, $2^2 = 2 \times 2 = 4$, $2^3 = 4 \times 2 = 8$ และ $2^4 = 8 \times 2 = 16$ เป็นต้น

ส่วนกำลังด้านลบ เลขยกกำลังที่มากขึ้นแต่ละค่า เมื่อทำเป็นเลขฐานสิบหาได้โดยใช้เลขฐานสิบเดิมนำมาหารด้วย 2 จะได้เลขฐานสิบใหม่ของเลขยกกำลังสองที่กำลังเพิ่มทางลบ เช่น $2^{-1} = 0.5$, $2^{-2} = \frac{0.5}{2} = 0.25$, และ $2^{-3} = \frac{0.25}{2} = 0.125$ เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 1.4 จำนวนเลขฐานสองมีค่า 110101_2 และ 0.10111_2 ทำให้เป็นเลขฐานสิบมีค่าเท่าไร

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 110101_2 &= (1 \times 2^5) + (1 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^0) \\
 &= (1 \times 32) + (1 \times 16) + (0 \times 8) + (1 \times 4) + (0 \times 2) + (1 \times 1) \\
 &= 32 + 16 + 0 + 4 + 0 + 1 \\
 &= 53_{10} && \text{ตอบ} \\
 0.10111_2 &= (1 \times 2^{-1}) + (0 \times 2^{-2}) + (1 \times 2^{-3}) + (1 \times 2^{-4}) + (1 \times 2^{-5}) \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{0}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \\
 &= 0.5 + 0 + 0.125 + 0.0625 + 0.03125 \\
 &= 0.71875_{10} && \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1.5 จำนวนเลขฐานสองมีค่า 10101.01101_2 ทำให้เป็นเลขฐานสิบมีค่าเท่าไร

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 10101.01101_2 &= (1 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^0) + (0 \times 2^{-1}) + (1 \times 2^{-2}) + (1 \times 2^{-3}) \\
 &\quad + (0 \times 2^{-4}) + (1 \times 2^{-5}) \\
 &= (1 \times 16) + (0 \times 8) + (1 \times 4) + (0 \times 2) + (1 \times 1) + \frac{0}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{0}{16} + \frac{1}{32} \\
 &= 16 + 0 + 4 + 0 + 1 + 0 + 0.25 + 0.125 + 0 + 0.03125 \\
 &= 21.40625_{10} && \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

1.5 ระบบตัวเลขฐานแปด

ระบบเลขฐานแปด เป็นระบบตัวเลขที่ถูกนำมาใช้งานในคอมพิวเตอร์รุ่นแรกๆ โดยนำมาใช้งานแทนเลขฐานสอง เพื่อช่วยลดจำนวนตัวเลขในการพิมพ์คำสั่งข้อมูลให้น้อยลง เกิดความสะดวกในการแสดงค่า และลดความผิดพลาดในการทำงานลงได้ ระบบตัวเลขฐานแปดเป็นตัวเลขที่แทนด้วยสัญลักษณ์ตัวเลขแตกต่างกัน 8 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 และ 7 ในระบบเลขฐานแปดนี้สามารถเขียนแทนด้วยเลขฐานสองและเลขฐานสิบได้ เขียนค่ากลับไปกลับมาได้ ค่าของเลขเหล่านี้สัมพันธ์กันเลขฐานแปดเปรียบเทียบกับเลขฐานสองและเลขฐานสิบ แสดงดังตารางที่ 1.4

ตารางที่ 1.4 การเปรียบเทียบเลขฐานสิบเลขฐานสองและเลขฐานแปด

เลขฐานสิบ	เลขฐานสอง	เลขฐานแปด
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	10
9	1001	11
10	1010	12

จากตารางที่ 1.4 เปรียบเทียบให้เห็นค่าที่เท่ากันของเลขฐานสิบ เลขฐานสอง และเลขฐานแปด มีค่าตัวเลขแสดงออกมาแตกต่างกัน ส่วนของเลขฐานแปดเปรียบเทียบกับเลขฐานสิบพบว่าตัวเลขที่เขียนกำกับค่าไว้ตั้งแต่เลข 0 ถึง เลข 7 เหมือนกัน ส่วนเลข 8, 9, 10 ของฐานสิบในเลขฐานแปดไม่มี ต้องใช้เลขที่มีมาผสมกัน ค่าตัวเลขที่แสดงออกมาจึงแตกต่างกันไป

การเปลี่ยนฐานเลข จากเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสิบ ทำได้เช่นเดียวกัน โดยใช้เลขยกกำลังของแปดในรูป 8^{n-1} ของลำดับหน้าทศนิยม และอยู่ในรูป 8^{-n} ของลำดับหลังทศนิยม ค่ากำลัง n แทนลำดับหลักของเลขค่านั้นๆแต่ละตำแหน่ง ค่านำหน้าของเลขฐานแปดในรูปเลขยกกำลัง แสดงดังตารางที่ 1.5

ตารางที่ 1.5 ค่านำหน้าของเลขฐานแปดในค่าเลขยกกำลังของ 8

เลขยกกำลัง	8^3	8^2	8^1	8^0	8^{-1}	8^{-2}	8^{-3}
ค่าที่ได้	512	64	8	1	0.125	0.015625	0.0019531

ตัวอย่างที่ 1.6 จงเปลี่ยนเลขฐานแปดที่มีค่า 1254_8 และ 0.623_8 ให้เป็นเลขฐานสิบ

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 1254_8 &= (1 \times 8^3) + (2 \times 8^2) + (5 \times 8^1) + (4 \times 8^0) \\
 &= (1 \times 512) + (2 \times 64) + (5 \times 8) + (4 \times 1) \\
 &= 512 + 128 + 40 + 4 \\
 &= 684_{10} && \text{ตอบ} \\
 0.623_8 &= (6 \times 8^{-1}) + (2 \times 8^{-2}) + (3 \times 8^{-3}) \\
 &= \frac{6}{8} + \frac{2}{64} + \frac{3}{512} \\
 &= 0.75 + 0.03125 + 0.00586 \\
 &= 0.78711_{10} && \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1.7 จงเปลี่ยนเลขฐานแปดที่มีค่า 632.74_8 ให้เป็นเลขฐานสิบ

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 632.74_8 &= (6 \times 8^2) + (3 \times 8^1) + (2 \times 8^0) + (7 \times 8^{-1}) + (4 \times 8^{-2}) \\
 &= (6 \times 64) + (3 \times 8) + (2 \times 1) + \frac{7}{8} + \frac{4}{64} \\
 &= 384 + 24 + 2 + 0.875 + 0.0625 \\
 &= 410.9375_{10} && \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

1.6 ระบบตัวเลขฐานสิบหก

ระบบตัวเลขฐานสิบหก เป็นระบบตัวเลขที่นิยมใช้งานในคอมพิวเตอร์ มีความสำคัญในการใช้งานไม่น้อยไปกว่าเลขฐานสอง และ เลขฐานแปด ในการพิมพ์คำสั่งที่จะเก็บข้อมูลในระบบตัวเลขฐานสิบหก สามารถพิมพ์คำสั่งได้น้อยลงกว่าเลขฐานแปด สะดวกในการใช้งานมากขึ้น ระบบตัวเลขฐานสิบหกเป็นระบบตัวเลขที่แทนด้วยสัญลักษณ์ เป็นตัวเลขและตัวอักษรแตกต่างกัน 16 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, และ F ในระบบเลขฐานสิบหกนี้สามารถเขียนแทนด้วยเลขฐานสองและเลขฐานสิบได้ เขียนค่ากลับไปกลับมาได้ ค่าของเลขเหล่านี้มีความสัมพันธ์กัน เลขฐานสิบหกเปรียบเทียบกับเลขฐานสองและเลขฐานสิบ แสดงดังตารางที่ 1.6

ตารางที่ 1.6 การเปรียบเทียบเลขฐานสิบเลขฐานสองและเลขฐานแปด

เลขฐานสิบ	เลขฐานสอง	เลขฐานแปด
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

การเปลี่ยนแปลงฐานเลข จากเลขฐานสิบหกเป็นเลขฐานสิบ ทำได้เช่นเดียวกัน โดยใช้เลขยกกำลังของสิบหกในรูป 16^{n-1} ของลำดับหน้าทศนิยม และอยู่ในรูป 16^{-n} ของลำดับหลังทศนิยมค่ากำลัง n แทนลำดับหลักของเลขค่านั้นๆ แต่ละตำแหน่ง ค่านี้หนักของเลขฐานสิบหกในรูปเลขยกกำลัง แสดงดังตารางที่ 1.7

ตารางที่ 1.7 ค่าน้ำหนักของเลขฐานสิบหกในค่าเลขยกกำลังของ 16

เลขยกกำลัง	16^3	16^2	16^1	16^0	16^{-1}	16^{-2}
ค่าที่ได้	4096	256	16	1	0.0625	0.003906

ตัวอย่างที่ 1.8 จงเปลี่ยนเลขฐานสิบหกมีค่า $9B6_{16}$ และ $0.3E_{16}$ ให้เป็นเลขฐานสิบ

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 9B6_{16} &= (9 \times 16^2) + (11 \times 16^1) + (6 \times 16^0) \\ &= (9 \times 256) + (11 \times 16) + (6 \times 1) \\ &= 2304 + 176 + 6 \\ &= 2486_{10} \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

$$\begin{aligned} 0.3E_{16} &= (3 \times 16^{-1}) + (14 \times 16^{-2}) \\ &= \frac{3}{16} + \frac{14}{256} \\ &= 0.1875 + 0.0546878 \\ &= 0.2421875_{10} \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 1.9 จงเปลี่ยนเลขฐานสิบหกมีค่า $2C90.5D_{16}$ ให้เป็นเลขฐานสิบ

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 2C90.5D_{16} &= (2 \times 16^3) + (12 \times 16^2) + (9 \times 16^1) + (0 \times 16^0) + (5 \times 16^{-1}) + (13 \times 16^{-2}) \\ &= (2 \times 4096) + (12 \times 256) + (9 \times 16) + (0 \times 1) + \frac{5}{16} + \frac{13}{256} \\ &= 8192 + 3072 + 144 + 0 + 0.3125 + 0.05078 \\ &= 11,408.36328_{10} \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

1.7 การเปลี่ยนเลขฐานสิบเป็นเลขฐานอื่น

เลขฐานสิบสามารถเปลี่ยนไปเป็นเลขฐานอื่นๆได้ มีขั้นตอนการเปลี่ยนดังนี้

1) แยกเลขฐานสิบจำนวนเต็มออกจากเลขฐานสิบที่เป็นทศนิยม

2) ส่วนของเลขฐานสิบที่เป็นจำนวนเต็ม จะถูกหารสั้นด้วยเลขที่ต้องการ เศษที่เหลือจากการหารแต่ละครั้งคือผลลัพธ์ เศษที่เหลือจากการหารครั้งแรกเป็นเลขมีค่าความสำคัญน้อยสุด (LSD) เศษที่เหลือจากการหารครั้งสุดท้ายเป็นเลขที่มีค่าความสำคัญมากที่สุด (MSD)

3) ส่วนของเลขฐานสิบที่เป็นทศนิยมจะถูกคูณด้วยเลขฐานที่ต้องการหลายๆครั้ง เท่ากับจำนวนทศนิยมที่ต้องการ หรือจนกว่าจะคูณต่อไปไม่ได้ เลขจำนวนเต็มที่เกิดขึ้นจากการคูณคือผลลัพธ์ของการคูณแต่ละครั้ง เลขจำนวนเต็มของการคูณครั้งแรกมีค่าความสำคัญมากที่สุด (MSD) เลขจำนวนเต็มของการคูณครั้งสุดท้ายมีค่าความสำคัญน้อยสุด (LSD)

ตัวอย่างที่ 1.10 จงเปลี่ยนเลขฐานสิบมีค่า 94.46325_{10} ให้เป็นเลขฐานสอง

วิธีทำ

1) ส่วนจำนวนเต็มคือ 94 และส่วนทศนิยมคือ 0.46325

2) $2 \overline{)94}$

$2 \overline{)47}$	เศษ 0	↑	LSD
$2 \overline{)23}$	เศษ 1		
$2 \overline{)11}$	เศษ 1		
$2 \overline{)5}$	เศษ 1		
$2 \overline{)2}$	เศษ 1		
$2 \overline{)1}$	เศษ 0		
0	เศษ 1		
	MSD		

$$\text{ได้ } 94_{10} = 1011110_2$$

$0.46325 \times$	$0.92650 \times$	$0.85300 \times$	$0.70600 \times$	$0.41200 \times$	$0.82400 \times$
$\underline{\quad 2}$	$\underline{\quad 2}$	$\underline{\quad 2}$	$\underline{\quad 2}$	$\underline{\quad 2}$	$\underline{\quad 2}$
<u>0.92650</u>	<u>1.85300</u>	<u>1.70600</u>	<u>1.41200</u>	<u>0.82400</u>	<u>1.64800</u>
↓	↓	↓	↓	↓	↓
0	1	1	1	0	1

MSD

LSD

$$\text{ได้ } 0.46325_{10} = 0.011101_2$$

$$94.46325_{10} = 1011110.011101_2$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.11 จงเปลี่ยนเลขฐานสิบมีค่า 596.54297_{10} ให้เป็นเลขฐานแปด

วิธีทำ

1) ส่วนจำนวนเต็มคือ 596 และส่วนทศนิยมคือ 0.54297

2) $8 \overline{)596}$

$8 \overline{)74}$	เศษ 4	↑	LSD
$8 \overline{)9}$	เศษ 2		
$8 \overline{)1}$	เศษ 1		
0	เศษ 1		
	MSD		

$$\text{ได้ } 596_{10} = 1124_8$$

$$\begin{array}{ccccc}
 3) \quad 0.54297 \times & 0.34376 \times & 0.75008 \times & 0.00064 \times & 0.00512 \times \\
 \underline{\quad\quad\quad} 8 & \underline{\quad\quad\quad} 8 & \underline{\quad\quad\quad} 8 & \underline{\quad\quad\quad} 8 & \underline{\quad\quad\quad} 8 \\
 \underline{4.34376} & \underline{2.75008} & \underline{6.00064} & \underline{0.00512} & \underline{0.04096} \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 4 & 2 & 6 & 0 & 0
 \end{array}$$

MSD
LSD

$$\text{ได้ } 0.54297_{10} = 0.42600_8$$

$$569.54297_{10} = 1124.42600_8$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.12 จงเปลี่ยนเลขฐานสิบที่มีค่า 3865.234375_{10} ให้เป็นเลขฐานสิบหก

วิธีทำ

1) ส่วนจำนวนเต็มคือ 3865 และส่วนทศนิยมคือ 0.234375

2) $16 \overline{)3865}$

$$\begin{array}{r}
 16 \overline{)241} \text{ เศษ } 9 \\
 16 \overline{)15} \text{ เศษ } 1 \\
 0 \text{ เศษ } 15 = F
 \end{array}$$

LSD
MSD

$$\text{ได้ } 3865_{10} = F19_{16}$$

$$\begin{array}{cc}
 3) \quad 0.234375 \times & 0.750000 \times \\
 \underline{\quad\quad\quad} 16 & \underline{\quad\quad\quad} 16 \\
 \underline{3.750000} & \underline{12.000000} \\
 \downarrow & \downarrow \\
 3 & 12 = C
 \end{array}$$

MSD LSD

$$\text{ได้ } 0.234375_{10} = 0.3C_{16}$$

$$3.865.234375_{10} = F19.3C_{16}$$

ตอบ

1.8 การเปลี่ยนเลขฐานสองเป็นเลขฐานแปดและเลขฐานสิบหก

การเปลี่ยนฐานเลขจากเลขฐานสอง ไปเป็นเลขฐานแปดหรือเลขฐานสิบหก สามารถทำได้โดยตรงและสามารถเปลี่ยนกลับจากเลขฐานแปดหรือเลขฐานสิบหกกลับมาเป็นเลขฐานสองก็ สามารถทำได้โดยตรงเช่นเดียวกัน นอกจากนี้ยังสามารถเปลี่ยนกลับไปกลับมาระหว่างเลขฐานแปด และเลขฐานสิบหกได้ โดยใช้เลขฐานสองเป็นตัวกลางในการเปลี่ยนฐานเลข โดยไม่ต้องใช้เลขฐานสิบ มาร่วมเกี่ยวข้อง หรือใช้เลขฐานสิบมาเป็นตัวกลางช่วยลดความยุ่งยากและลดความผิดพลาดลงได้

1.8.1 การเปลี่ยนฐานเลขระหว่างเลขฐานสองกับเลขฐานแปด

การเปลี่ยนเลขฐานสองเป็นเลขฐานแปด ทำได้โดยแบ่งเลขฐานสอง 3 บิต แทนเลข ฐานแปด 1 ตัว การแบ่งเริ่มต้นจากจุดทศนิยมเป็นหลัก จัดชุดเลขฐานสองออกเป็นชุดละ 3 บิต เรียงลำดับกันไปตามค่าเดิม เปลี่ยนเลขฐานสอง 3 บิต แต่ละชุดเป็นเลขฐานแปด 1 ตัว เรียงเป็นลำดับ จะได้เลขฐานแปดออกมา

การเปลี่ยนเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสอง ทำได้โดยทำตรงข้ามกันคือเขียนแทนเลข ฐานแปด 1 ตัว ด้วยเลขฐานสอง 3 บิต เรียงลำดับกันไปตามค่าเดิม จะได้เลขฐานสองออกมา การ เปลี่ยนฐานเลขระหว่างเลขฐานสองกับเลขฐานแปด สามารถใช้ตารางที่ 1.4 ดังที่กล่าวมาร่วมใช้งาน

ตัวอย่างที่ 1.13 จงเปลี่ยนฐานเลขระหว่างเลขฐานสองกับเลขฐานแปด

$$(ก) 1011101010.011000110_2 \quad (ข) 641.237_8$$

วิธีทำ

(ก) แบ่งเลขฐานสองออกเป็นชุดละ 3 บิต บิตหน้าทศนิยมนับจากขวาไปซ้าย บิตหลังทศนิยมนับจากซ้ายไปขวา

$$\begin{aligned} 1,011,101,010.011,000,110_2 &= 001\ 011\ 101\ 010 \ . \ 011\ 000\ 110 \\ &= 1\ 3\ 5\ 2 \ . \ 3\ 0\ 6 \\ &= 1352.306_8 \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

(ข) เขียนเลขฐานสอง 3 บิต แทนเลขฐานแปด 1 ตัว

$$\begin{aligned} 641.237_8 &= 6\ 4\ 1 \ . \ 2\ 3\ 7 \\ &= 110\ 100\ 001 \ . \ 010\ 011\ 111 \\ &= 110100001.010011111_2 \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

1.8.2 การเปลี่ยนฐานเลขระหว่างเลขฐานสองกับเลขฐานสิบหก

การเปลี่ยนเลขฐานสองเป็นเลขฐานสิบหก ทำได้โดยแบ่งเลขฐานสอง 4 บิต แทนเลขฐานสิบหก 1 ตัว การแบ่งเริ่มต้นจากจุดทศนิยมเป็นหลัก จัดชุดเลขฐานสองออกเป็นชุดละ 4 บิต เรียงลำดับกันไปตามค่าเดิม เปลี่ยนเลขฐานสอง 4 บิต แต่ละชุดเป็นเลขฐานสิบหก 1 ตัว เรียงเป็นลำดับ จะได้เลขฐานสิบหกออกมา

การเปลี่ยนเลขฐานสิบหกเป็นเลขฐานสอง ทำได้โดยทำตรงข้าม คือ เขียนแทนเลขฐานสิบหก 1 ตัว ด้วยเลขฐานสอง 4 บิต เรียงลำดับกันไปตามค่าเดิม จะได้เลขฐานสองออกมา การเปลี่ยนฐานเลขฐานระหว่างเลขฐานสองกับเลขฐานสิบหก สามารถใช้ตารางที่ 1.6 ดังที่กล่าวมาร่วมใช้งาน

ตัวอย่างที่ 1.14 จงเปลี่ยนฐานเลขระหว่างเลขฐานสองกับเลขฐานสิบหก

$$(ก) 111001101100101.1001111101_2 \quad (ข) 6DA.5E_{16}$$

วิธีทำ

(ก) แบ่งเลขฐานสองออกเป็นชุดละ 4 บิต บิตหน้าทศนิยมนับจากขวาไปซ้าย บิตหลังทศนิยมนับจากซ้ายไปขวา

$$\begin{aligned} 111,0011,0110,0101.1001,1111,0101_2 &= 0111 \ 0011 \ 0110 \ 0101 \ . \ 1001 \ 1111 \ 0100 \\ &= \quad 7 \quad 3 \quad 6 \quad 5 \quad . \quad 9 \quad 15 \quad 4 \\ &= \quad 7 \quad 3 \quad 6 \quad 5 \quad . \quad 9 \quad F \quad 4 \\ &= \quad 7365.9F_{16} \qquad \qquad \qquad \text{ตอบ} \end{aligned}$$

(ข) เขียนเลขฐานสอง 4 บิต แทนเลขฐานสิบหก 1 ตัว

$$\begin{aligned} 6DA.5E_{16} &= \quad 6 \quad D \quad A \quad . \quad 5 \quad E \\ &= \quad 0110 \ 1101 \ 1010 \ . \ 0101 \ 1111 \\ &= \quad 011011011010.01011111_2 \qquad \qquad \qquad \text{ตอบ} \end{aligned}$$

1.8.3 การเปลี่ยนฐานเลขระหว่างเลขฐานแปดกับเลขฐานสิบหก

การเปลี่ยนเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสิบหก ทำได้โดยเปลี่ยนเลขฐานแปดเป็นเลขฐานสองก่อน เลขฐานแปด 1 ตัว เขียนแทนด้วยเลขฐานสอง 3 บิต นำเลขฐานสองที่ได้มาจัดกลุ่มใหม่แบ่งเลขฐานสอง 4 บิต แทนเป็นเลขฐานสิบหก 1 ตัว เรียงลำดับกันไป ได้เลขฐานสิบหกออกมา

การเปลี่ยนเลขฐานสิบหกเป็นเลขฐานแปด ทำได้โดยเปลี่ยนเลขฐานสิบหกเป็นเลขฐานสองก่อนเลขฐานสิบหก 1 ตัว เขียนแทนด้วยเลขฐานสอง 4 บิต นำเลขฐานสองที่ได้มาจัดกลุ่มใหม่ แบ่งเลขฐานสอง 3 บิต แทนเป็นเลขฐานแปด 1 ตัว เรียงลำดับกันไป ได้เลขฐานแปดออกมา

ตัวอย่างที่ 1.15 จงเปลี่ยนฐานเลขระหว่างเลขฐานแปดกับเลขฐานสิบหก

(ก) 6105.134_8 เป็นเลขฐานสิบหก (ข) $3D6.4B_{16}$ เป็นเลขฐานแปด

วิธีทำ

(ก) แทนเลขฐานแปด 1 ตัว ด้วยเลขฐานสอง 3 บิต เขียนเรียงลำดับตามค่าเดิม จัดแบ่งกลุ่มเลขฐานสองใหม่ ออกเป็นกลุ่มละ 4 บิต หน้าทศนิยมนับจากขวาไปซ้าย หลังทศนิยมนับจากซ้ายไปขวา แปลงกลับมาเป็นเลขฐานสิบหกอีกครั้ง

$$\begin{aligned}
 6105.134_8 &= 6 \quad 1 \quad 0 \quad 5 \quad . \quad 1 \quad 3 \quad 4 \\
 &= 110 \quad 001 \quad 000 \quad 101 \quad . \quad 001 \quad 011 \quad 100 \\
 &= 1100,0100,0101,0010,1110,0_2 \\
 &= 1100 \quad 0100 \quad 0101 \quad . \quad 0010 \quad 1110 \quad 0000 \\
 &= 12 \quad 4 \quad 5 \quad . \quad 2 \quad 14 \quad 0 \\
 &= C \quad 4 \quad 5 \quad . \quad 2 \quad E \quad 0 \\
 &= C45.2E_{16} \qquad \qquad \qquad \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

(ข) แทนเลขฐานสิบหก 1 ตัว ด้วยเลขฐานสอง 4 บิต เขียนเรียงลำดับตามค่าเดิม จัดแบ่งกลุ่มเลขฐานสองใหม่ ออกเป็นกลุ่มละ 3 บิต หน้าทศนิยมนับจากขวาไปซ้าย หลังทศนิยมนับจากซ้ายไปขวา แปลงกลับมาเป็นเลขฐานแปดอีกครั้ง

$$\begin{aligned}
 3D6.4B_{16} &= 3 \quad D \quad 6 \quad . \quad 4 \quad B \\
 &= 0011 \quad 1101 \quad 0110 \quad . \quad 0100 \quad 1011 \\
 &= 001,111,010,110,010,010,11_2 \\
 &= 001 \quad 111 \quad 010 \quad 110 \quad . \quad 010 \quad 010 \quad 110 \\
 &= 1 \quad 7 \quad 2 \quad 6 \quad . \quad 2 \quad 2 \quad 6 \\
 &= 1726.226_8 \qquad \qquad \qquad \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

1.9 การคำนวณเลขฐานสอง

เนื่องจากเลขฐานสองเป็นพื้นฐานสำคัญของระบบดิจิทัลจึงขอกล่าวถึงวิธีการคำนวณหาค่า การบวก การลบ การคูณ และการหาร เลขฐานสอง ซึ่งมีวิธีการดังต่อไปนี้

1.9.1 การบวกและการลบเลขฐานสอง

การบวกและการลบเลขฐานสองมีวิธีการเหมือนกับการบวกลบเลขฐานสิบ ที่เรารู้กันเคยเพียงต่างกันที่การยืมเลขฐานสิบค่าของการยืมจะได้ครั้งละสิบ แต่ถ้าเป็นเลขฐานสอง ค่าของการยืมก็จะได้ครั้งละสอง ซึ่งมีหลักเกณฑ์สรุปดังตารางข้างล่างนี้

ตารางที่ 1.8 การบวกเลขฐานสอง

การบวกเลขฐานสอง			
ตัวตั้ง	ตัวบวก	ผลลัพธ์	ตัวทด
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

การบวกเลขฐานสอง 1+1 เท่ากับ 2 ของเลขฐานสิบ แต่เท่ากับ 10 ของเลขฐานสอง เราจึงได้ผลลัพธ์เป็น 0 แล้ว ทด 1 เพื่อนำไปบวกกับหลักถัดไป แสดงดังตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1.16 จงบวกเลขฐานสอง $11011_2 + 11101_2$

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \quad 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \\ + \\ \underline{1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1} \\ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \\ \\ 111000_2 \end{array}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.17 จงบวกเลขฐานสอง $10011_2 + 10100_2$

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \quad 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \\ + \\ \underline{1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0} \\ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \\ \\ 100111_2 \end{array}$$

ตอบ

การลบเลขฐานสอง 0 – 1 ตัวตั้งมีค่าน้อยกว่าตัวลบ จึงต้องไปยืมหลักหน้ามา 1 ในการยืม แต่ละครั้งของเลขฐานสองมีค่าเท่ากับ 2 เมื่อนำมาลบกับตัวลบคือ 1 จึงได้ผลลัพธ์เป็น 1 และอย่าลืมหักหลักที่ถูกยืมออกอีก 1 ด้วย แสดงดังตัวอย่าง

ตารางที่ 1.9 ตารางการลบเลขฐานสอง

การลบเลขฐานสอง			
ตัวตั้ง	ตัวลบ	ผลลัพธ์	ตัวยืม
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

ตัวอย่างที่ 1.18 จงลบเลขฐานสอง $11101_2 - 10110_2$

$$\begin{array}{r}
 \text{วิธีทำ} \qquad 1\ 1\ 1\ 0\ 1 \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad - \\
 \qquad \qquad \qquad \underline{1\ 0\ 1\ 1\ 0} \\
 \qquad \qquad \qquad 0\ 0\ 1\ 1\ 1 \\
 \qquad \qquad \qquad 00111_2 \qquad \qquad \qquad \text{ตอบ}
 \end{array}$$

ตัวอย่างที่ 1.19 จงลบเลขฐานสอง $10001_2 - 1110_2$

$$\begin{array}{r}
 \text{วิธีทำ} \qquad 1\ 0\ 0\ 0\ 1 \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad - \\
 \qquad \qquad \qquad \underline{1\ 1\ 1\ 0} \\
 \qquad \qquad \qquad 0\ 0\ 0\ 1\ 1 \\
 \qquad \qquad \qquad 00011_2 \qquad \qquad \qquad \text{ตอบ}
 \end{array}$$

1.9.2 การคูณและการหารเลขฐานสอง

การคูณและการหารเลขฐานสองใช้หลักการเดียวกันกับการคูณและการหารเลขฐานสิบเพียงแต่เลขฐานสองมีเพียงสองเลขคือ 0 กับ 1 ผลลัพธ์ก็มีเพียงสองเลขคือ 0 กับ 1 แสดงดังตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1.20 จงหาผลลัพธ์ต่อไปนี้

(ก) $11011_2 \times 101_2$

(ข) $1001_2 \div 11_2$

$$\begin{array}{r}
 \text{วิธีทำ (ก)} \qquad \qquad \qquad 1\ 1\ 0\ 1\ 1 \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \times \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \underline{1\ 0\ 1} \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad 1\ 1\ 0\ 1\ 1 \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad + \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \underline{1\ 1\ 0\ 1\ 1} \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1 \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad 10000111_2 \qquad \qquad \qquad \text{ตอบ}
 \end{array}$$

วิธีทำ (ข)

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 11 \overline{)1001} \\
 \underline{11} \\
 11 \\
 \underline{11} \\
 00 \\
 11_2
 \end{array}$$

ตอบ

1.10 การคอมพลิเมนต์เลขฐานสอง

การกระทำทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ระบบดิจิทัล ใช้ในการประมวลผล แต่เลขฐานสองเป็นพื้นฐานสำคัญของการทำงาน ซึ่งจะถูกรวบรวมมาให้ใช้วิธีการคำนวณหาค่า การบวก การลบ การคูณ หรือการหาร โดยวิธีการบวกหรือลบอย่างใดอย่างหนึ่ง แต่ส่วนใหญ่จะใช้วิธีการบวกมากกว่า เนื่องจากวิธีการบวกสามารถหาค่าการลบ การคูณ และการหารได้ด้วยวิธีการคอมพลิเมนต์ การทำคอมพลิเมนต์เลขฐานสองมี 2 รูปแบบ คือ

1. รูปแบบ 1'S Complement (อ่านว่า วัน คอมพลิเมนต์)
2. รูปแบบ 2'S Complement (อ่านว่า ทู คอมพลิเมนต์)

การทำคอมพลิเมนต์เลขฐานสองแบบ 1'S Complement คือการกลับสถานะของตัวเลขฐานสองเป็นสถานะตรงกันข้ามจากสถานะเดิม เช่น เดิมเป็นสถานะ 0 จะเปลี่ยนเป็นสถานะ 1 และถ้าเดิมเป็นสถานะ 1 จะเปลี่ยนเป็นสถานะ 0

การทำคอมพลิเมนต์เลขฐานสองแบบ 2'S Complement คือการนำผลของ 1'S Complement บวกด้วย 1 ผลลัพธ์ที่ได้คือ 2'S Complement นั้นเอง

1.10.1 การลบเลขฐานสองด้วยวิธี 1'S Complement

มีขั้นตอนดังนี้

1. ถ้าบิตของตัวลบน้อยกว่าตัวตั้งให้เติม 0 ด้านซ้ายของบิตตัวลบให้เท่ากับบิตตัวตั้ง แล้วทำ 1'S Complement ของบิตตัวลบ
2. นำค่าตัวลบที่ทำ 1'S Complement แล้วมาบวกกับค่าตัวตั้ง
3. ผลลัพธ์ที่ได้จากการบวกข้อ 2

- ถ้าไม่มีตัวทดให้นำผลลัพธ์นั้นมาทำ 1's Complement อีกครั้ง ผลจากการทำ 1's Complement นี้คือคำตอบ แต่มีค่าเป็นลบ

- ถ้ามีตัวทดให้นำตัวทกลงไปบวกเข้ากับบิตขวามือสุดอีกครั้งผลลัพธ์ที่ได้คือ คำตอบ และมีค่าเป็นบวก

ตัวอย่างที่ 1.21 จงลบเลขฐานสองต่อไปนี้ ด้วยวิธี 1's Complement

(ก) $10101_2 - 1001_2$

(ข) $101101_2 - 110110_2$

วิธีทำ (ก) $10101_2 - 1001_2$

จากโจทย์จะเห็นว่าตัวลบมีจำนวนบิตน้อยกว่าตัวตั้งจึงต้องเติม 0 บิตซ้ายมือของตัวลบหนึ่งตัวแล้วดำเนินการตามขั้นตอนได้ดังนี้

- ตัวลบ = 1001_2 เติม 0 จะได้ 01001_2 ทำ 1's Complement จะได้ 10110_2

- นำมาบวกกับตัวตั้งจะได้

$$\begin{array}{r} 10101 \\ + \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10110 \\ \hline \end{array}$$

ตัวทด $\textcircled{1}$

$$\begin{array}{r} 01011 \\ + \\ \hline 1 \end{array}$$

- นำตัวทลงมาบวก

- ผลลัพธ์ที่ได้มีค่าเป็นบวก

$$\begin{array}{r} 1100 \\ \hline \hline 1101_2 \end{array}$$

ตอบ

(ข) $101101_2 - 110110_2$

จากโจทย์จะได้ดังนี้

- ทำ 1's Complement ตัวลบ จะได้ 001001

- นำมาบวกกับตัวตั้งจะได้

$$\begin{array}{r} 101101 \\ + \\ 001001 \\ \hline \end{array}$$

- ตัวทดไม่มี \longrightarrow

$$\begin{array}{r} 110110 \\ \hline \end{array}$$

- ทำ 1's Complement จะได้ 001001

- ค่าที่ได้จะมีค่าเป็นลบ

$$\begin{array}{r} -001001 \\ \hline \hline -1001_2 \end{array}$$

ตอบ

1.10.2 การลบเลขฐานสองด้วยวิธี 2'S Complement

เพื่อเป็นการลดข้อยุ่งยากจากวิธีการ 1'S Complement ของการบวกตัวทศจึงใช้วิธี 2'S Complement ซึ่งมีวิธีการดังนี้

1. นำค่าตัวลบมาทำ 2'S Complement
2. นำค่าตัวลบที่ทำ 2'S Complement แล้วมาบวกกับค่าตัวตั้ง
3. ผลลัพธ์ที่ได้จากการบวกข้อ 2
 - ถ้าไม่มีตัวทศให้นำผลลัพธ์นั้นมาทำ 2'S Complement อีกครั้งผลจากการทำ 2'S Complement นี้คือคำตอบแต่มีค่าเป็นลบ
 - ถ้ามีตัวทศให้ตัดตัวทศทิ้งไปผลลัพธ์ที่ได้คือ คำตอบ และมีค่าเป็นบวก

ตัวอย่างที่ 1.22 จงลบเลขฐานสองต่อไปนี้ ด้วยวิธี 2'S Complement

$$(ก) 10101_2 - 1001_2 \quad (ข) 101101_2 - 110110_2$$

วิธีทำ (ก) $10101_2 - 1001_2$

จากโจทย์จะได้ดังนี้

- ทำ 2'S Complement ของตัวลบจะได้ 10111
- นำค่าตัวตั้งและตัวลบบวกเข้าด้วยกัน 10101
 10111^+
- ผลลัพธ์มีตัวทศให้ตัดทิ้งไป $\textcircled{1}$ 01100
- ผลลัพธ์ที่ได้มีค่าเป็นบวก 01100
 1101_2 ตอบ

$$(ข) 101101_2 - 110110_2$$

จากโจทย์จะได้ดังนี้

- ทำ 2'S Complement ตัวลบจะได้ 001010
- นำมาบวกกับตัวตั้งจะได้ 101101
 001010^+
- ตัวทศไม่มี \longrightarrow 110111
- ทำ 2'S Complement จะได้ 001001
- ค่าที่ได้จะมีค่าเป็นลบ -001001
 -1001_2 ตอบ

บทสรุปเนื้อหาในหน่วยที่ 1

ระบบจำนวนหรือระบบตัวเลขที่ใช้ในระบบดิจิทัลประกอบด้วยระบบตัวเลขฐานสิบ ระบบตัวเลขฐานสอง ระบบตัวเลขฐานแปด และระบบตัวเลขฐานสิบหก

ระบบตัวเลขฐานสิบเป็นระบบตัวเลขที่ใช้ในชีวิตประจำวัน มีเลขจำนวน 10 ตัว ได้แก่ 0 ถึง 9 การเพิ่มค่าสามารถทำได้โดยการเพิ่มจำนวนหลักให้มากขึ้น

ระบบเลขฐานสองเป็นระบบที่ใช้ในระบบดิจิทัลและคอมพิวเตอร์ มี 2 ตัว คือ เลข 0 และ เลข 1 การเพิ่มค่าสามารถทำได้โดยการเพิ่มจำนวนหลักให้มากขึ้น ข้อสังเกตว่าเป็นเลขฐานสองหรือไม่หรือไม่ให้ดูที่มีเครื่องหมาย % นำหน้า หรือมีเลข 2 ห้อยท้าย

ระบบเลขฐานแปดเป็นระบบเลขที่มีเลขจำนวน 8 ตัว ได้แก่ เลข 0 ถึงเลข 7 ข้อสังเกตว่าเป็นเลขฐานแปดนั้นให้ดูว่ามีเลข 8 ห้อยท้าย

ระบบเลขฐานสิบหกเป็นระบบเลขที่ใช้ในคอมพิวเตอร์ในปัจจุบันที่เป็นภาษาเครื่อง ประกอบด้วยเลข 16 ตัว คือ เลข 0 ถึงเลข 9 และ A, B, C, D, E, F ข้อสังเกตว่าเป็นเลขฐานสิบหกหรือไม่ให้ดูเครื่องหมาย \$ หรือมี H ตามหลัง หรือมีเลข 16 ห้อยท้าย

การคำนวณเกี่ยวกับเลขฐานต่างๆ สามารถทำเช่นเดียวกับเลขฐานสิบที่คุ้นเคยแต่ให้คำนึงว่าเลขฐานนั้นการยืม และการทดทุกครั้งจะมีค่าเท่ากับเลขฐานนั้น

การลบเลขฐานสองที่ตัวตั้งมีค่าน้อยกว่าตัวลบ ให้ใช้วิธีการ 1's Complement หรือ 2's Complement ก็ได้